

---

Übungsblatt 2 zur Einführung in die Algebra

---

**Aufgabe 1 (8+2 Punkte).** Welche der Gruppen

$$C_2 \times C_2 \times C_2, C_8, C_4 \times C_2, D_4, Q_8, (\mathbb{Z}/(20))^\times, (\mathbb{Z}/(30))^\times, \triangleleft_3(\mathbb{F}_2)$$

sind zueinander isomorph und welche nicht (gebe jeweils einen Beweis)?

**Aufgabe 2 (5+2 Punkte).** Welche der folgenden Bedingungen sind für alle Gruppen  $G$  zueinander äquivalent und welche nicht (Beweis oder Gegenbeispiel)?

- (a)  $G$  ist abelsch,
- (b)  $G \rightarrow G, x \mapsto x^2$  ist ein Homomorphismus,
- (c)  $G \rightarrow G, x \mapsto x^{-1}$  ist ein Homomorphismus und
- (d)  $G \rightarrow G, x \mapsto x^3$  ist ein Homomorphismus.

**Aufgabe 3 (5+2 Punkte).** Sei  $G$  eine Gruppe. Betrachte für jedes  $a \in G$  die Abbildung

$$c_a: G \rightarrow G, b \mapsto aba^{-1}.$$

- (a) Zeige, dass  $c_a$  für jedes  $a \in G$  ein Automorphismus von  $G$  ist. Diese Automorphismen  $c_a$  ( $a \in G$ ) werden als *innere* Automorphismen von  $G$  bezeichnet.
- (b) Gebe jeweils ein Beispiel einer abelschen und einer nicht abelschen Gruppe mit einem *nicht* inneren Automorphismus an.

Die zwei Zusatzpunkte "+2" bei jeder Aufgabe benoten die *Originalität* des Lösungsversuches. Selbst wenn der Lösungsversuch komplett scheitert, kann ein dokumentierter origineller Lösungsversuch zwei Punkte wert sein. Dies soll Eigenständigkeit belohnen.

**Abgabe** bis Montag, den 3. November, um 9:55 Uhr in die Zettelkästen neben F411 .