

---

Übungsblatt 5 zur Reellen Algebraischen Geometrie I

---

**Aufgabe 16.** Sei  $R$  ein reell abgeschlossener Körper und  $f \in R[X]$  rein reell. Zeige, dass dann die Ableitung  $f'$  von  $f$  entweder das Nullpolynom oder rein reell ist.

**Aufgabe 17.** Zeige Proposition 1.5.19 noch einmal

- (a) mit Hilfe der Regel von Descartes 1.5.13 und rein kombinatorischen Überlegungen
- (b) mit Hilfe von Aufgabe 16, dem Zwischenwertsatz 1.4.16 und der Erinnerung 1.5.3, ohne (den Zusatz aus) Lemma 1.5.10 zu benutzen.

**Aufgabe 18.** Sei  $R$  ein reell abgeschlossener Körper und  $f \in \mathbb{R}[X]$ . Zeige

$$\# \text{sc}(f, 0) \geq \# \text{sc}((1 + X)f, 0).$$

**Aufgabe 19.** Sei  $R$  ein reell abgeschlossener Körper. Bestimme die genau Anzahl der positiven und und die genaue Anzahl der negativen Nullstellen folgender Polynome (gezählt *ohne* Vielfachheiten):

- (a)  $X^5 - X^4 + 3X^3 + 9X^2 - X + 5 \in R[X]$
- (b)  $4X^7 + 3X^6 + X^5 + 2X^4 - X^3 + 9X^2 + X + 1 \in R[X]$
- (c)  $X^5 + X^4 + 4X^3 + 3X^2 + X + 1 \in R[X]$

**Abgabe** bis Donnerstag, den 29. November, um 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411 .