Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Markus Schweighofer
Dr. Sven Wagner

Sommersemester 2010
Übungsblatt 23
14.06.2010

Lineare Algebra II

Aufgabe 23.1:

Zeigen Sie, dass jeder endliche Integritätsring ein Körper ist.

Aufgabe 23.2:

Sei A ein kommutativer Ring. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Ist A ein Integritätsring, so auch $A[X]$.

(b) Ist A ein Hauptidealring, so auch $A[X]$.

Aufgabe 23.3:

Finden Sie einen kommutativen Ring A und zwei zueinander assoziierte Elemente $a, b \in A$, für die es kein $c \in A^\times$ mit $a = cb$ gibt.

Aufgabe 23.4:

Sei A ein Integritätsring. Seien $a, b \in A$, und seien c ein ggT und d ein kgV von a und b. Zeigen Sie, dass $ab \mathrel{\hat{=}} cd$ gilt.

Aufgabe 23.5:

Berechnen Sie jeweils einen größten gemeinsamen Teiler der angegebenen Elemente und stellen Sie ihn bei den Teilaufgaben (a), (c) und (d) als Linearkombination dieser Elemente über dem angegebenem Hauptidealring dar.

(a) 32404, 15692, 6210, 2070 in $\mathbb{Z}$.

(b) 138420795, 24363, 2214 in $\mathbb{Z}$.

(c) $15X^4 + 8X^3 + 2X$, $X^3 - X$, $5X^2 + 3X$ in $\mathbb{Q}[X]$.

(d) $X^5 + X^4 + 2X^3 + 5X^2 + 5X + 3$, $-X^4 - X^3 + X + 1$, $4X^3 + 12X^2 + 13X + 4$ in $\mathbb{Q}[X]$.

(e) $(X^3 + X + 1)^{17}(-X^4 + 4X^3 - 5X^2 + 7X - 3)$, $X^4 + X^2 + X - 1$ in $\mathbb{Q}[X]$.

(f) $(X^5 + 4X^3 - X^2 - 4)^5$, $X^5 + 3X^3 - X^2 - 3$, $X^2 - 1$ in $\mathbb{Q}[X]$.

Abgabe bis Montag, den 21. Juni, 10 Uhr in die Briefkästen neben F411.