
Übungsblatt 14 zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1. Sei K ein Körper der Charakteristik $p > 0$, so dass der Frobenius-Homomorphismus $\Phi_p : K \rightarrow K$ kein Automorphismus ist. Sei $a \in K \setminus \Phi_p(K)$. Zeige, dass $X^p - a \in K[X]$ irreduzibel und nicht separabel ist.

Aufgabe 2. Sei $x \in \mathbb{R}$ mit $x^4 = 2$ und $L = \mathbb{Q}(i, x)$. Finde alle Zwischenkörper von $L|\mathbb{Q}$.

Aufgabe 3. Sei $K(x)|K$ eine algebraische Körpererweiterung von ungeradem Grad. Zeige $K(x^2) = K(x)$.

Aufgabe 4.

- (i) Zeige, dass die Galoisgruppe des Zerfällungskörpers eines irreduziblen separablen Polynoms vom Grad 3 über einem Körper isomorph zu S_3 oder C_3 ist
- (ii) Bestimme die Galoisgruppe des Zerfällungskörpers von $X^3 - X - 1$ über \mathbb{Q} .

Aufgabe 5. Sei $x \in \mathbb{C}$ eine Nullstelle von $X^6 + 3$. Zeige, dass $\mathbb{Q}(x)|\mathbb{Q}$ eine Galoiserweiterung ist.

Dieses Blatt wird in den Übungen nicht mehr besprochen, ist aber für die Klausur relevant. Am 28.02.2011 werden wir eine Musterlösung ins Netz stellen.