

Übungsblatt 6 zur Modelltheorie

Sommersemester 2007

Aufgabe 1: Sei \mathcal{A} eine L -Struktur und $C \subseteq A$. Zeige, daß die Menge

$$B := \{t^{\mathcal{A}}[c_1, \dots, c_n] \mid n \in \mathbb{N}_0, t(x_1, \dots, x_n) \text{ } L\text{-Term, } c_1, \dots, c_n \in C\}$$

Universum einer Unterstruktur \mathcal{B} von \mathcal{A} ist. Zeige ferner, daß \mathcal{B} die kleinste Unterstruktur von \mathcal{A} mit $C \subseteq B$ ist.

Aufgabe 2: Sei \mathcal{A} eine L -Struktur, B eine Menge und $i : A \rightarrow B$ eine Bijektion. Zeige, daß es dann genau eine L -Struktur \mathcal{B} mit Universum B gibt derart, daß i ein Isomorphismus von \mathcal{A} nach \mathcal{B} wird.

Aufgabe 3: Sei \mathcal{A} und \mathcal{B} L -Strukturen und $h : A \rightarrow B$ eine Abbildung. Zeige:

- (a) $h : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B} \iff h \text{ erhält At}(L)$
- (b) $h : \mathcal{A} \hookrightarrow \mathcal{B} \iff h \text{ erhält Ba}(L)$
- (c) $h : \mathcal{A} \xrightarrow{\cong} \mathcal{B} \implies h \text{ ist elementare Einbettung}$

Aufgabe 4: Sei L_{\leq} die Sprache der geordneten Mengen, in der es nur ein zweistelliges Relationszeichen \leq gibt. Wir fassen geordnete Mengen als L_{\leq} -Strukturen auf. Sind dann die geordneten Mengen \mathbb{N}_0 und \mathbb{N} elementar äquivalent? Ist die geordnete Menge \mathbb{N}_0 eine elementare Erweiterung von \mathbb{N} ?

Aufgabe 5: Zeige, daß die Klasse der Körper der Charakteristik 0 in der Sprache $L_{\mathbb{R}}$ axiomatisierbar, aber nicht endlich axiomatisierbar ist.

Abgabe bis Montag, den 4. Juni 2007, um 14 Uhr.