Übungsblatt 8 zur Linearen Algebra II

Sommersemester 2006

Aufgabe 1: Von einer Matrix $A \in M_{\mathbb{R}}(5,5)$ sei bekannt, daß ihr charakteristisches Polynom $(X-2)^3(X+5)^2$ ist, daß der Eigenraum zum Eigenwert 2 zweidimensional und der Eigenraum zum Eigenwert -5 eindimensional ist. Geben Sie eine Jordansche Normalform von A an.

Aufgabe 2: Sei V ein endlichdimensionaler K–Vektorraum und f ein Endomorphismus von V. Zeigen Sie, daß das charakteristische Polynom P_f und das Minimalpolynom p_f von f dieselben Nullstellen in K haben.

Aufgabe 3: Sei V ein K–Vektorraum der Dimension n und f ein Endomorphismus von V. Es sei f *nilpotent*, d.h. $f^k = 0$ für ein $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie $f^n = 0$.

Aufgabe 4: Berechnen Sie

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}^n$$

für beliebiges $n \in \mathbb{N}$.

Abgabe bis Freitag, den 23. Juni, vor Beginn der Vorlesung.