

Übungsblatt 7 zur Linearen Algebra I

Wintersemester 2005/2006

Aufgabe 1: Sei K ein Körper. Seien U und V Untervektorräume des K -Vektorraumes K^n . Zeigen Sie

- (a) $(U + V)^\perp = U^\perp \cap V^\perp$ und
(b) $(U \cap V)^\perp = U^\perp + V^\perp$.

Aufgabe 2: Sei V ein endlich erzeugter K -Vektorraum und seien U und W Untervektorräume von V . Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

- (a) $V = U \oplus W$
(b) $V = U + W$ und $\dim V = \dim U + \dim W$
(c) $U \cap W = \{0\}$ und $\dim V = \dim U + \dim W$

Aufgabe 3: Sei V ein endlich erzeugter K -Vektorraum und W ein Untervektorraum von V . Zeigen Sie, daß es einen *direkten Summanden* U von W in V gibt, das heißt einen Untervektorraum U von V mit $V = U \oplus W$.

Aufgabe 4: Sei $W := \text{Span}\{(1, 2, 3, 4), (3, 4, 6, 8)\} \subseteq \mathbb{R}^4$. Bestimmen Sie einen Untervektorraum U des \mathbb{R}^4 mit $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$.

Abgabe bis Freitag, den 9. Dezember, vor Beginn der Vorlesung.