

Übungsblatt 12 zur Algebra

im Wintersemester 2004/2005

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Zahlringe von $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ und $\mathbb{Q}[\sqrt{5}]$ und zeigen Sie, daß diese euklidisch sind.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, daß das von 2 in $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ erzeugte Ideal kein Primideal ist.

Aufgabe 3: Geben Sie die Primfaktorzerlegungen von $X^4 + 1$ in $\mathbb{C}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ und $\mathbb{Q}[X]$ an.

Aufgabe 4: Sei R ein Hauptidealring und $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \supset \dots$ eine unendliche strikt absteigende Kette von Idealen. Zeigen Sie

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} I_k = \{0\}.$$

Abgabe bis Montag, den 24. Januar, vor der Vorlesung.