

# ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html>

## 9. Übungsblatt

### Aufgabe 1

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des  $\mathbb{R}^2$ :

- (i)  $\{(x_1, x_2); 0 < x_1 < \exp(1), x_2 = \ln(x_1)\}$ ,
- (ii)  $\{(u, v); (u - 1)^2 + (v - 2)^2 \leq 3\}$ ,
- (iii)  $\{(a, b); 0 \leq a \leq b \leq 4\}$ .

### Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$G(u, v, w) := \frac{u - 3v + w^2}{v^2 + w^2 + 1}, \quad u, v, w \in \mathbb{R}.$$

- a) Berechnen Sie  $\nabla G(u, v, w)$ .
- b) Bestimmen Sie alle Punkte  $(u, v, w) \in \mathbb{R}^3$  mit

$$0 = \nabla G(u, v, w).$$

### Aufgabe 3

Vorgelegt seien die drei Vektoren

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \\ 4 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} \gamma \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Es sei  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ . Berechnen Sie die Winkel  $\angle(v, w)$  und  $\angle(w, z)$ .
- b) Bestimmen Sie  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$  derart, dass die Vektoren  $v, w, z$  paarweise senkrecht stehen.

### Aufgabe 4

Sei  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D \subset \mathbb{R}^N$  differenzierbar. Für  $i = 1, \dots, N$  heißt

$$\epsilon_{f, x_i}(x) = \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) \frac{x_i}{f(x)}$$

die  $i$ -te partielle Elastizität. Berechnen Sie die partiellen Elastizitäten der Douglas-Cobb Funktion

$$f(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^\beta, \quad A > 0, \quad 0 < \alpha, \beta < 1.$$

### Aufgabe 5

Vorgelegt sei die Funktion  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 25 - (x - 1)^2 - (y - 3)^2 \geq 0\}$ ,

$$f(x, y) = \sqrt{25 - (x - 1)^2 - (y - 3)^2}.$$

- Skizzieren Sie die Höhenlinien zu den Höhen  $h = 1, 2, 3, 4, 5$ .
- Geben Sie die Tangentialebene im Punkt  $(2, 5)$  an.
- Gibt es einen Punkt  $(x_0, y_0) \in D$  mit einer horizontalen Tangentialebene?



Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr!