

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwi.math.html>

6. Übungsblatt

Aufgabe 1

Bestimmen Sie das Taylorpolynom 1. und 2. Grades für folgende Funktionen an der Stelle $\bar{x}$.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} f(x) = x^2 + 1, \bar{x} = 0 & \text{b)} f(x) = x \exp(-x^2), \bar{x} = 1 \\ \text{c)} f(x) = \frac{x-2}{x+1}, \bar{x} = 2 & \text{d)} f(x) = \sqrt{x+1}, \bar{x} = 0 \end{array}$$

Zeichnen Sie in den Fällen **c)** und **d)** den Graphen von f und den Graphen der linearen Approximation qualitativ jeweils in einem geeigneten Definitionsbereich in ein Diagramm ein.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin(x)}{x}, & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - x - 1}{x^2}, & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^n}, \quad n \in \mathbb{N}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x^2/2 + x^4/24 - \cos(x)}{x^6}, & \lim_{x \rightarrow 0} x^x, & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + \exp(x))}{x}. \end{array}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie eine Stammfunktion von

- $f(x) = \exp(2x) + 3x^{3/2}$
- $f(x) = x^{-5} - 0.5x^{-3} + x^{-9/2}$
- $f(x) = 2x^4 - 3x^{-1}$
- $f(x) = 8x^2 + \exp(x)^3$
- $f(x) = x^{1/2} + 5x^{-2/3}$
- $f(x) = \sin(2x) + (4x)^{-1}$

Aufgabe 4

Es sei $f(x) = \exp(-x)$, $x \in [-1, 1]$. Mit der Taylorformel soll eine Approximation $p_n(x)$ für $f(x)$ berechnet werden. Wie ist $n \in \mathbb{N}$ zu wählen, damit $|f(x) - p(x)| \leq 0.001$ für $x \in [-1, 1]$ gilt.

Hinweis: Restglieddarstellung der Taylorreihe

Aufgabe 5

Vorgelegt sei die Funktion $f(x) = x^3 - 3x + 4$. Für $a = 1$, $b = 2$ bestimme man ein $\xi \in [a, b]$, so dass

$$f'(\xi)(b - a) = f(b) - f(a).$$