

# ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html>

## 4. Übungsblatt

### Aufgabe 1

Gegeben sei die Kostenfunktion  $K$  mit

$$K(x) = \begin{cases} x + K_f & \text{für } 0 \leq x < 50, \\ (0.1x + 2)^2 + 8 & \text{für } 50 \leq x \leq 100. \end{cases}$$

- a) Wie groß müssen die fixen Kosten  $K_f$  sein, damit die Kostenfunktion  $K$  in  $[0, 100]$  stetig ist?  
b) In welchen Punkten  $x \in ]0, 100[$  ist  $K$  mit  $K_f$  aus a) differenzierbar?

### Aufgabe 2

Ermitteln Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen für  $x \rightarrow \infty$ :

$$f(x) = \frac{3x^3}{3x - x^3}, \quad f(x) = \frac{(5x + 3)^2}{2 - x}, \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 3}, \quad f(x) = \frac{\sqrt{x} - 9x}{3x + 4}.$$

### Aufgabe 3

Berechnen Sie die Grenzwerte der unten stehenden Folgen und Reihen für  $n \rightarrow \infty$ :

$$a_n = \frac{3n^4 + 5n^3 + 4}{n^5 + 2}, \quad a_n = \left(1 + \frac{1}{5n}\right)^n, \quad s_n = \sum_{i=1}^n 30\rho^{2i-1}, \quad |\rho| < 1, \quad s_n = \sum_{i=1000}^{1000+n} \frac{1}{i}.$$

### Aufgabe 4

Berechnen Sie  $x'$  für

- (a)  $x(t) = \sqrt{t} + \exp(\sqrt{t}), \quad t > 0,$   
(b)  $x(t) = \ln\left(\frac{3t^3 + 2t + 1}{2t}\right), \quad t > 0,$   
(c)  $x(t) = \frac{2t^2 - 1}{t + 1}, \quad t \neq -1,$   
(d)  $x(t) = \sqrt{\exp(t^2) + 2},$   
(e)  $x(t) = (\sin(2t) - 3)^6.$

## Aufgabe 5

a) Mit Hilfe von

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\exp(\Delta x) - 1}{\Delta x} = 1$$

zeige man  $f(x) = \exp(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  ist differenzierbar für  $x \in \mathbb{R}$  und  $f'(x) = \exp(x)$ .

b) Es sei  $f(x) = a + \exp(-cx)$ . Rechnen Sie nach, dass für jedes  $x \in \mathbb{R}$  die Beziehung  $f'(x) - c(a - f(x)) = 0$  gilt.