

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html>

3. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Gegeben seien zwei streng monotone Funktionen

$$f : D_f \rightarrow W_f \text{ und } g : D_g \rightarrow W_g$$

mit $W_g \subset D_f$, D_f , D_g , W_f , W_g Intervalle. Wie verhält sich $(f \circ g)$, wenn gilt:

- (i) f streng monoton wachsend und g streng monoton wachsend,
- (ii) f streng monoton wachsend und g streng monoton fallend,
- (iii) f streng monoton fallend und g streng monoton wachsend,
- (iv) f streng monoton fallend und g streng monoton fallend?

Verwenden Sie die Monotoniedefinition mit Ungleichungen!

b) Begründen Sie mit Hilfe von a), dass die logistische Kurve

$$L(t) = \frac{a}{1 + \exp(b - ct)}, \quad a, b, c > 0, t \geq 0$$

streng monoton wächst.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu den gegebenen Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ die Umkehrfunktion.

- $f(x) = \sqrt{2 - x^2}$, $D = [0, 1]$.
- $f(x) = \exp(x - 7)$, $D = \mathbb{R}$.
- $f(x) = \ln(x^2 + 4)$, $D =]1, \infty[$.

Wie lautet der Definitionsbereich von f^{-1} und warum existiert f^{-1} ?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Barwert einer Zahlung von jeweils 10000 Euro am Ende eines jeden Jahres für die nächsten 3 Jahre, wenn mit einer Zinsrate von 5% zu rechnen ist.

Aufgabe 4

Vorgelegt seien die Folgen

$$a_n = \frac{3n^2 + 7}{n + 1}, \quad b_n = (-1)^n \frac{n}{n + 1}, \quad c_n = \frac{n}{2^n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- a) Geben Sie jeweils die ersten vier Folgenglieder an.
- b) Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Beschränktheit und Konvergenz.

Aufgabe 5

- a) Gegeben sei die Folge $a_n = 0.7^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Berechnen Sie $s_n = \sum_{i=3}^{n-1} a_i$ für $n = 10, 50, 100$ sowie $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$.
- b) Geben Sie eine Reihe $s_n = \sum_{i=0}^{n-1} b_i$ an, welche gegen eine vorgegebene Zahl $b > 1$ konvergiert.

Hinweis: Geometrische Reihe.