

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwi.math.html>

12. Übungsblatt

Aufgabe 1

Die Gleichung

$$\ln((x-1) \cdot (2y+1)) = 0, \quad x > 1, \quad y > -\frac{1}{2}$$

definiert zwei Funktionen $\varphi(y)$ bzw. $\psi(x)$ in impliziter Weise.

- i) Geben Sie diese Funktionen explizit an.
- ii) Berechnen Sie einerseits $\psi'(x)$ durch Differenzieren obiger Gleichung,
- iii) andererseits indem Sie die explizit gefundene Lösung aus i) differenzieren.

Aufgabe 2

a) Das vollständige Differential der Größe y sei durch

$$dy = (2x^2 + 3x^3)dx$$

gegeben. Welcher Zusammenhang besteht zwischen y und x ?

b) u, v, w seien drei Größen. Welche Abhängigkeit besteht zwischen du, dv und dw , wenn

$$u^2 + 3uvw + w^3u = 0$$

gilt?

Aufgabe 3

Durch die Abbildung $f : [0, 6\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$f(s) = (r \cos(s), r \sin(s), cs), \quad r, c > 0 \tag{1}$$

wird eine Kurve im $\mathbb{R}^3$ definiert.

a) Skizzieren sie die Kurve (1).

b) Zu einer Kurve $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^N$ ist die Kurvenlänge L gegeben durch

$$L = \int_a^b \|g'(s)\|_2 ds.$$

Berechnen Sie die Länge der Kurve f aus (1).

Aufgabe 4

Vorgelegt seien die Funktionen

$$f(x, y) = x \exp(y - 1) \quad \text{und} \quad g(x, y) = x + y - 3.$$

- a) Berechnen Sie mögliche Extremalwerte von $f(x, y)$ unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mit Hilfe der Methode von Lagrange.
- b) Berechnen Sie eine Lösung der Aufgabe aus a) durch Elimination einer Variablen.