

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwi.math.html>

11. Übungsblatt

Aufgabe 1

Vorgelegt sei die Funktion

$$g(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 12x - 9y + 1, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Untersuchen Sie die Funktion auf lokale Minima und Maxima.

Aufgabe 2

Kann es zweimal stetig differenzierbare reellwertige Funktionen f bzw. g mit

$$\begin{aligned}\nabla f(x, y) &= (10xy - 3y^2, (1/2)x \exp(2y) + 5x^2y), \\ \nabla g(x, y) &= \left(\frac{2x^2}{x^2 + y} + \ln(x^2 + y), \frac{x}{x^2 + y}\right)\end{aligned}$$

geben? Begründen Sie ihre Antwort.

Hinweis: Satz von Schwarz.

Aufgabe 3

Für eine Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^N$, $f(x) = f(x_1, \dots, x_N)$ heißt

$$df(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_N) dx_i$$

das totale Differential von f . $df(x)$ gibt in erster Näherung die Änderung von f an beim Übergang von $(x_1, \dots, x_N)$ zu $(x_1 + dx_1, \dots, x_N + dx_N)$. Berechnen Sie das totale Differential der Funktionen

$$\begin{aligned}f(x_1, x_2) &= ax_1^2 - b\sqrt{x_2}, \\ g(x_1, x_2, x_3) &= x_1^2 \ln(x_1 x_2 - x_3).\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die Höhenlinien zu Höhen $h > 0$ von

$$f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 + 2y + 5$$

Kreise sind.

Aufgabe 5

Gegeben sei die Funktion

$$g(x, y) = 2x^2 - 10x - 3xy^2 + 5xy + y^3 + 5y - 1, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- a) Welche Punkte $(x, 2)$ liegen auf der Höhenlinie $g(x, y) = 7$?
- b) Wie lautet die Tangente an die Höhenlinie in $(x, 2)$ zu den Punkten aus a)? Berechnen Sie überdies den Gradienten von g in diesen Punkten und verifizieren Sie, dass die Tangente und der Gradient senkrecht aufeinander stehen.